

# II – LE SYSTÈME

*L'article ci-dessous fait suite au texte publié dans le n° 510 de Toute l'électronique traitant des systèmes de navigation. Cette première partie évoquait les dispositifs encore en utilisation existant avant le NAVSTAR-GPS. Dans cette deuxième partie l'auteur en décrit les caractéristiques principales et le principe.*

A l'étude depuis 1973, le système GPS (Global Positioning System) est entré dans une phase expérimentale qui doit prendre fin en 1986.

C'est en effet au cours de cette année que commencera la mise en place de la constellation définitive. Cette phase de développement du système durera jusqu'en 1988.

Le GPS est un nouveau système universel de positionnement par satellite que d'aucuns considèrent comme révolutionnaire. Ce sera en tous cas le système de positionnement/navigation de l'an 2000 (même si ce qualificatif n'impressionne plus grand monde aujourd'hui).

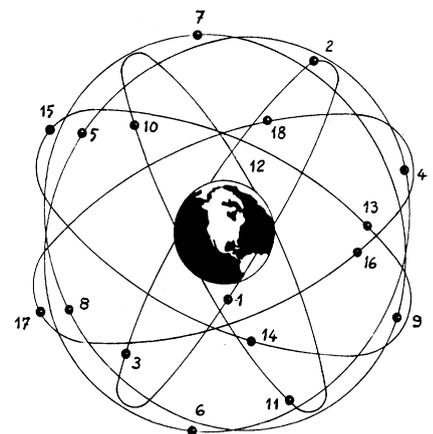
Étudié, construit et financé par le

DOD, c'est-à-dire le Department Of Defense des États-Unis d'Amérique, le GPS est essentiellement à vocation militaire. Il est cependant prévu depuis l'origine qu'un accès à performances réduites (code C/A) serait réservé aux utilisateurs civils.

### Caractéristiques générales

Le GPS est un système de positionnement à quatre « dimensions » qui fournit :

- la latitude,
- la longitude,
- l'altitude,
- l'heure.



*Fig. 6: La constellation GPS. 18 satellites NAVSTAR sont répartis sur 6 orbites de 12 heures de manière à assurer une couverture terrestre la plus régulière possible.*

# positionnement par satellite

## NAVSTAR-GPS

Dans certains cas il fournit aussi la vitesse de déplacement de l'utilisateur.

C'est un système tous temps, les ondes à polarisation circulaire qu'il utilise sont connues pour leur bonne tolérance envers la pluie et la nébulosité.

Le système GPS couvrira la totalité de la surface terrestre, avec, il est vrai, quelques petites insuffisances très localisées et passagères.

Enfin, ce qui sied particulièrement à un équipement militaire :

- les récepteurs sont totalement passifs, donc discrets ;
- le système est fiable, peu sensible aux perturbations, volontaires ou non ;
- les satellites sont de par leur grande altitude à l'abri d'une agression directe subite ;
- la performance ultime du système ne sera pas accessible aux utilisateurs non autorisés.

### Les segments

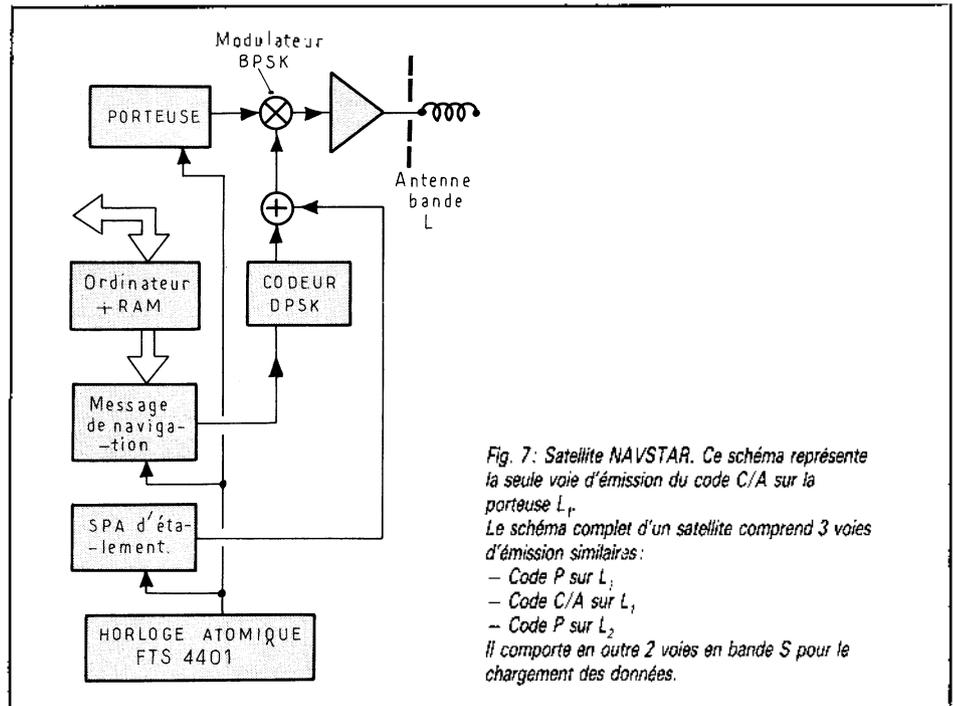
Le système GPS est habituellement divisé en 3 segments :

- le segment SPATIAL,
- le segment de COMMANDES,
- le segment UTILISATEURS.

#### Segment SPATIAL

Le système GPS comprendra 18 satellites du type NAVSTAR répartis sur 6 orbites à raison de 3 satellites équidistants par orbite (fig. 6).

En outre, il sera prévu 3 satellites de réserve prêts à prendre dans les



meilleurs délais la place d'éventuels satellites défaillants.

Les satellites volent à une altitude de 20 178 km, ce qui correspond à des orbites de 11 h 56 min., soit 1/2 jour sidéral. Ces orbites sont fixes dans l'espace inertiel et du fait de la différence existant entre le jour sidéral et le jour solaire moyen l'heure des levers et couchers de chaque satellite, vu d'un point donné de la terre, avance d'un peu moins de 4 minutes par jour.

Lorsque la constellation définitive sera en place, de quelque endroit du globe que ce soit, on verra au moins 4 satellites simultanément.

Aujourd'hui, en fin 1985, la constellation est réduite à 6 satellites et en France on ne voit 4 satellites simultanément que pendant 3 ou 4 heures par jour.

Cette situation doit évoluer rapidement.

Chaque satellite NAVSTAR émet deux porteuses dans la bande L.

$L_1$  à 1 575,42 MHz.

$L_2$  à 1 227,60 MHz.

Ces porteuses sont modulées en mode PSK par la somme modulo 2 d'une séquence pseudo-aléatoire appelée code, et du signal de navigation du satellite appelé données, plus précisément :

- la modulation de  $L_1$  est composée du code C/A et des données ;
- la même porteuse déphasée en quadrature reçoit une modulation composée du code P et des données ;
- enfin la modulation de  $L_2$  est composée du code P et des données.

## Message de navigation

### Généralités

Le message de navigation est une suite de données binaires transmise en mode série à 50 bits/seconde sur L1 et L2.

### Structure

Un message complet est formé d'une trame de de 1 500 bits qui se subdivise en 5 sous-trames de 300 bits (voir fig. 8).

Chaque sous-trame commence par le mot TLM (Télémétrie) qui sert surtout aux stations de commande. Vient ensuite le mot HOW dont les bits 1 à 17 sont les bits les plus significatifs du comptage du moment de la semaine. Ils donnent l'heure et le jour et permettent de prépositionner les registres du générateur de code P au cas où ils ne le seraient pas.

### Numéro de semaine

Les 10 MSB (Most Significant Bit = le bit le plus fort) du mot 3 contiennent les 10 MSB du contenu du compteur Z. Ils représentent le numéro de la semaine GPS. L'origine de cette numérotation de semaine remonte à minuit de la nuit du samedi 5 janvier 1980 au dimanche 6 janvier 1980. La première semaine de l'année 1986 correspond donc à la semaine GPS n° 317.

Précisons que le compteur Z s'incrémente d'une unité à chaque époque de X1, c'est-à-dire toutes les 1,5 secondes.

### Éphémérides

Les éphémérides sont des données orbitales (paramètres de Kepler) qui permettent de calculer très exactement la position d'un satellite à un instant donné.

### Almanach

L'almanach d'un satellite contient les données orbitales de tous les autres, celles-ci sont moins précises que les éphémérides et surtout moins fréquemment remises à jour. Les sous-trames 4 et 5 changent d'affectation à chaque émission de trame, 25 fois de suite. Les 25 versions de ces sous-trames correspondent aux pages 1 à 25 de chaque sous-trame. La transmission de la totalité de l'almanach demande donc l'émission de 25 trames et dure 12,5 minutes.

### Références

Des données très complètes sur le contenu du message de navigation sont fournies en [3].

La fréquence de récurrence du code P est 10,23 MHz, celle du code C/A est 1,023 MHz et celle des données 50 Hz.

Le type de transmission utilisé est à spectre étalé (voir encadré P. 58). On remarquera que tous ces signaux sont cohérents. Les transitions du message de navigation correspondent exactement aux éventuelles transitions des codes P et C/A qui ont eux-mêmes une relation de phase très précise avec les porteuses.

En effet, une caractéristique importante des satellites NAVSTAR est d'être pilotés par plusieurs horloges très stables dont la plus performante est une horloge au césium du type FTS 4401.

Cette horloge produit une fréquence de 10,23 MHz qui fournit les deux porteuses par multiplication par 154 et 120, elle assure la synchronisation directe du générateur de code P, celle du générateur de code C/A par division de fréquence par 10, et celle de l'horloge des données après division par 204 600.

Tous les satellites émettent sur les mêmes fréquences L1 et L2 des données qui décrivent leurs orbites. Les codes, sur lesquels se fonde la discrimination sont évidemment différents d'un satellite à l'autre.

Nous détaillerons plus loin la nature et le contenu de ces signaux.

### Segment de commandes

Le segment de commandes est l'ensemble des stations du sol. On distingue :

- les stations de poursuite (Monitor Stations) ;
- les stations de calcul et de chargement (Master Control Stations).

### Stations de poursuite

Elles sont conçues pour observer jusqu'à 12 satellites simultanément. Outre les données orbitographiques (les prévisions de trajectoires sont une extrapolation des trajectoires observées), elles contrôlent les signaux des satellites, leur paramètres d'horloge et les conditions de propagation.

Ce sont elles qui permettent de déterminer l'état des satellites (status flag), leur validation ou invalidation.

Dans l'avenir ces stations seront le plus souvent automatiques.

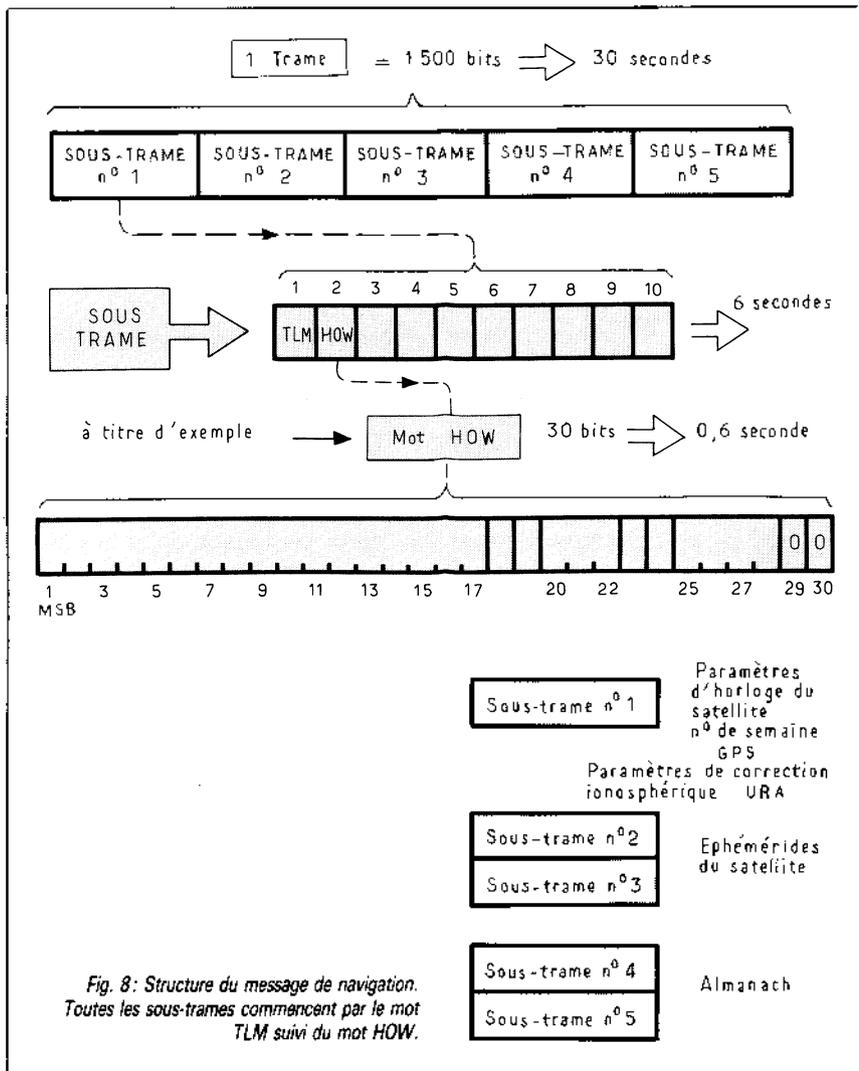


Fig. 8 : Structure du message de navigation. Toutes les sous-trames commencent par le mot TLM suivi du mot HOW.

Modulation PSK - BPSK - DPSK

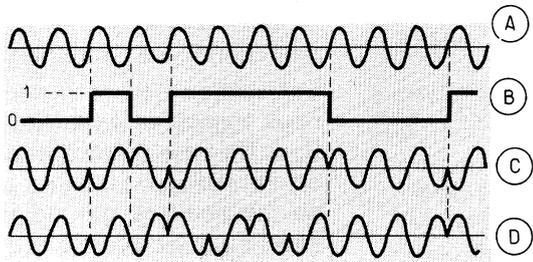


Fig. 14: Modulation PSK  
 (A) Porteuse non modulée  
 (B) Signal modulant

Il existe plusieurs types de modulation PSK soit Phase Shift Key ou modulation par saut de phase:  
 BPSK: Bi Phase Shift Key. La phase de la porteuse tourne de  $180^\circ$  chaque fois que le signal modulant présente une transition (C)  
 DPSK: Differential Phase Shift Key. La phase de la porteuse tourne de  $180^\circ$  chaque fois que le signal modulant passe à 1 ou reste à 1 (D)  
 QPSK: Quadri Phase Shift Key. Qui transmet simultanément deux signaux.  
 Des sauts de phase multiples de  $90^\circ$  sont conventionnellement affectés aux transitions des deux signaux modulants.  
 (ce dernier type de modulation PSK, cité pour mémoire, n'est pas utilisé dans le système GPS et n'apparaît pas sur la figure).

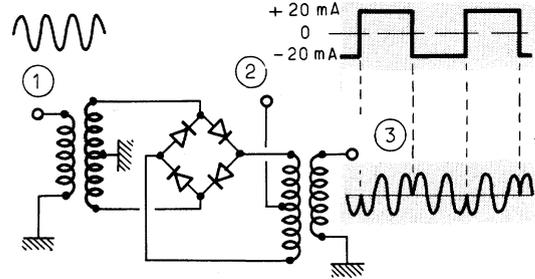


Fig. 15: Modulateur BPSK  
 La modulation BPSK, ou DPSK après encodage, s'effectue grâce à un simple modulateur en anneau.  
 (1) Entrée de la porteuse  
 (2) Entrée signal modulant  
 (3) Sortie porteuse modulée.  
 L'application en (2) d'un courant de  $-20\text{ mA}$  ne change pas la phase.  
 L'application en (2) d'un courant de  $+20\text{ mA}$  change la phase de  $180^\circ$ .

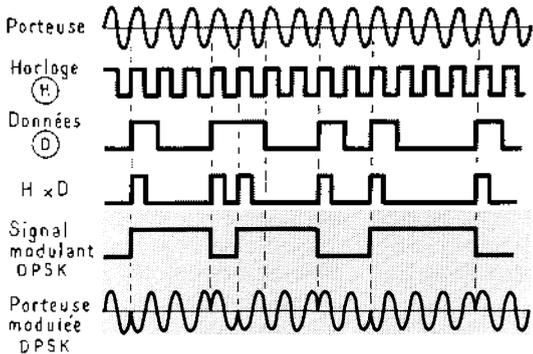


Fig. 16: Encodage DPSK (Emission). Alors que la modulation BPSK s'effectue directement, la modulation DPSK nécessite un encodage préalable.

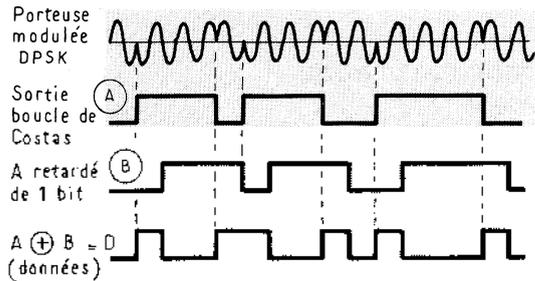


Fig. 18: Décodage DPSK (Réception). Comme en BPSK la démodulation DPSK s'effectue à l'aide d'une boucle de COSTAS ou une boucle à élévation au carré mais le signal sortant de la boucle de COSTAS ne fournit les données qu'après passage dans un circuit décodeur.

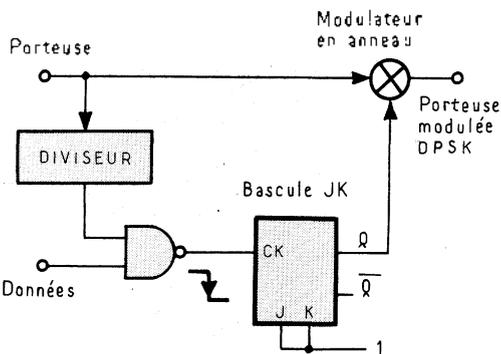


Fig. 17: Encodeur DPSK.

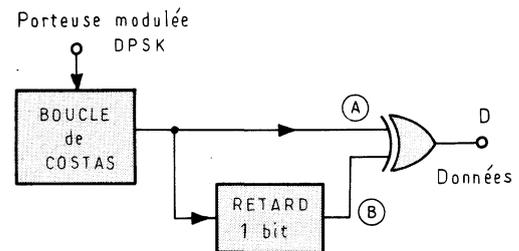
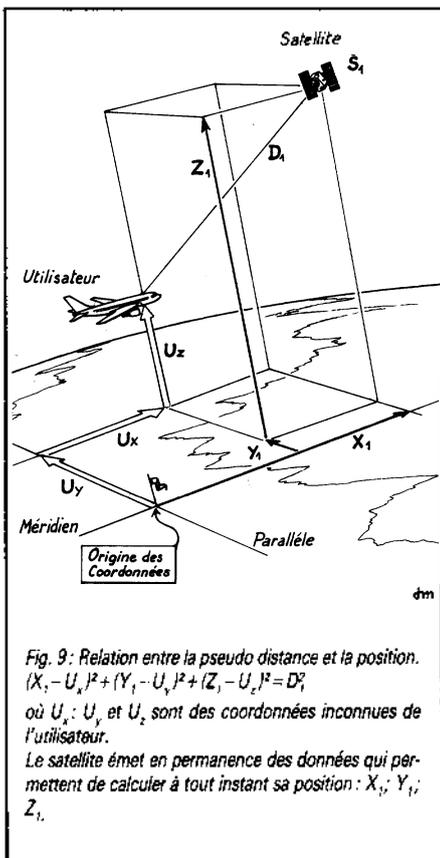


Fig. 19: Décodeur DPSK.



### Stations de calcul et de chargement

Dotées de puissants moyens de calcul, ces stations traitent les données fournies par les stations de poursuite, élaborent le contenu des messages de navigation et les chargent dans les mémoires des satellites. Ce chargement s'effectue par une émission dans la bande S.

Ces deux types de stations sont répartis dans le monde entier. A moyen terme elles seront implantées aux USA (Colorado Springs), dans l'île de l'Ascension, dans l'île de Diego Garcia, dans l'archipel des îles Marshal (Kwajalein) et à Hawaï.

### Segment utilisateurs

On distingue deux classes d'utilisateurs :

- les utilisateurs militaires ou assimilés ;
- les utilisateurs civils, lesquelles se subdivisent d'ailleurs en sous-classes.

Chacune des classes et sous-classes correspond à un usage particulier auquel correspond un équipement spécifique.

Nous reviendrons ailleurs sur l'aspect « utilisation » du GPS. Aussi nous nous bornerons ici à citer sommairement les différents types de récepteurs existants.

### Récepteurs militaires

Ils utilisent toujours les deux porteurs L1 et L2 et les deux codes P et C/A.

Le code C/A qui procure un positionnement moins précis sert de dégrossissage au code P. C/A signifie Coarse Acquisition (acquisition grossière).

Nous verrons plus loin que le calcul du point nécessite l'acquisition et le traitement des données fournies par 4 satellites. Or ces données peuvent être acquises simultanément par l'emploi d'un récepteur multicanal ou successivement dans un récepteur monocanal multiplexé.

L'utilisation d'un récepteur multicanal augmente la rapidité d'acquisition. Ce type de récepteur est quasiment indispensable aux utilisateurs se déplaçant à grande vitesse ou étant sujet à de fortes accélérations (avions de combat).

Aussi selon le type d'utilisation à

### Techniques d'étalement de spectre

En radiocommunications conventionnelles, la sélection d'une émission par un récepteur est basée sur un filtrage fréquentiel de la porteuse.

En radiocommunication à spectre étalé, la sélection s'opère par corrélation d'une séquence pseudo-aléatoire — appelée code — qui module la porteuse en superposition à la modulation utile.

Cette modulation supplémentaire est beaucoup plus rapide que la modulation utile. Dans le système GPS, par exemple, alors que la modulation utile est à 50 Hz, la modulation supplémentaire est à 1,023 MHz. L'adjonction d'une modulation 20 000 fois plus rapide que la modulation utile a pour effet d'élargir dans les mêmes proportions le spectre de l'émission. On dit que, dans ce cas, le rapport d'étalement de spectre est :  $B/b_0 = 20\ 000$ .

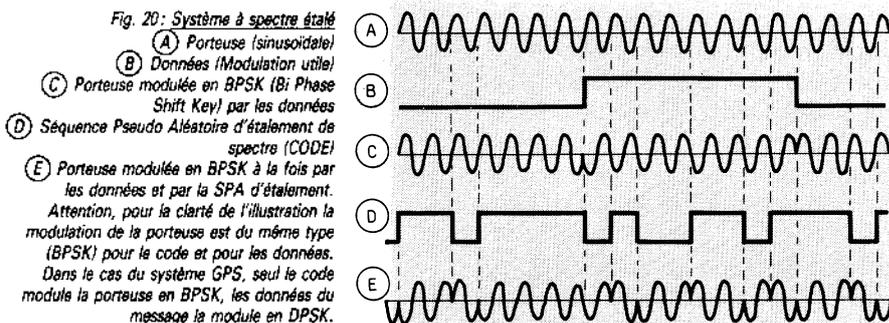
Pour un observateur non averti, la porteuse ainsi étalée par la modulation supplémentaire pseudo-aléatoire présente toutes les caractéristiques d'un bruit.

La réception se fait par corrélation. Il faut alors disposer d'un générateur local capable de produire une séquence pseudo-aléatoire (voir page 60) strictement identique à la séquence qui a servi à étaler le spectre à l'émission.

L'avantage de cette technique est de réduire la densité spectrale d'énergie afin que les bruits, inévitables dans toute transmission hertzienne, répartis sur toute la largeur de la bande étalée, soient après démodulation du code, rejetés en dehors de la bande utile.

La rejection du bruit étant du même ordre de grandeur que le rapport d'étalement de spectre  $B/b_0$ . L'emploi d'un système de sélection fondé sur la mise en coïncidence (corrélation) d'une séquence pseudo-aléatoire générée dans l'équipement récepteur avec celle de l'émission suppose une connaissance a priori de ce « code ». Ce qui peut accessoirement constituer un moyen de contrôle d'accès. Plusieurs émissions sur la même fréquence mais dont les séquences pseudo-aléatoires d'étalement sont différentes ne se gênent pas mutuellement, l'une considérant toutes les autres comme de simples bruits qu'elle rejette dans le rapport  $B/b_0$ . Cette possibilité d'accès multiple peut être très importante. Dans le système GPS, il est prévu que plus de 25 émissions pourront cohabiter sans aucune interférence.

Pour les mêmes raisons, le système est peu sensible à un brouillage intentionnel.



laquelle on les destine, existe-t-il des récepteurs à 1, 2 ou 5 canaux.

Les récepteurs militaires déterminent presque toujours le vecteur vitesse de l'utilisateur par analyse Doppler des signaux reçus.

### Récepteurs civils

Les utilisations civiles sont :

- la navigation aérienne ;
- la navigation maritime (ou terrestre) ;
- le positionnement statique (géodésie) ;
- les applications temps/fréquence.

La navigation aérienne nécessite dans tous les cas un récepteur multicanal. La navigation maritime peut s'accommoder d'un récepteur monocanal. Les autres applications n'exigent qu'un récepteur monocanal.

La principale particularité des récepteurs civils est qu'il seront autorisés à n'exploiter que le seul code C/A sur la porteuse L1.

### Principe du GPS

La position du récepteur est déduite de la mesure de la distance qui sépare chaque satellite du récepteur.

Supposons connues les distances D1, D2, D3 de 3 satellites. On peut en déduire que le récepteur se trouve à l'intersection des 3 sphères de rayons D1, D2 et D3 centrées respectivement sur les 3 satellites S1, S2 et S3.

Or, l'intersection de 2 sphères donne un cercle et l'intersection de ce cercle avec la 3<sup>e</sup> sphère donne 2 points. Le doute est aisé à lever car un de ces points se trouve au-dessus de l'altitude des satellites et l'autre (le bon) se trouve en-dessous.

### Pseudo-distance

Il s'agit donc de mesurer la distance des satellites. Celle-ci est calculée à partir du temps de propagation du signal.

Connaissant l'heure exacte de production d'une transition déterminée du signal du satellite, il suffit de lire l'heure d'arrivée de cette transition sur l'horloge du récepteur pour calculer le temps de propagation par différence.

En multipliant ce temps par la vitesse de la lumière c, on obtient une valeur de distance qui est traditionnellement appelée « pseudo-distance » dans la terminologie GPS.

### Position

Chaque satellite émettant en permanence sa position, on peut établir l'équation suivante qui n'est autre qu'une application d'une généralisation du théorème de Pythagore à la géométrie dans l'espace :

$$(X_1 - U_x)^2 + (Y_1 - U_y)^2 + (Z_1 - U_z)^2 = D_1^2 \quad (1)$$

Dans laquelle :

X<sub>1</sub>, Y<sub>1</sub> et Z<sub>1</sub> sont les coordonnées connues du satellite S1.

U<sub>x</sub>, U<sub>y</sub> et U<sub>z</sub> sont les coordonnées inconnues du récepteur de l'utilisateur.

D1 est la pseudo-distance (voir fig. 9).

L'équation (1) est donc une équation à 3 inconnues. Pour la résoudre, il faut disposer de 2 autres équations du même type associées à 2 autres satellites.

### Horloge locale

La solution précédente suppose que l'utilisateur dispose d'une horloge locale parfaite, ce qui n'est évidemment jamais le cas.

Tout le problème est là, qui a été élégamment résolu dans le système GPS en introduisant une inconnue supplémentaire : l'erreur de l'horloge de l'utilisateur qu'on appelle aussi le biais d'horloge.

### Solution de navigation

Dès lors, le nombre des inconnues passe à 4 et l'on aboutit à un système de 4 équations à 4 inconnues établies à partir de 4 satellites (fig. 10).

$$\begin{aligned} (X_1 - U_x)^2 + (Y_1 - U_y)^2 + (Z_1 - U_z)^2 &= D_1 - cB \\ (X_2 - U_x)^2 + (Y_2 - U_y)^2 + (Z_2 - U_z)^2 &= D_2 - cB \\ (X_3 - U_x)^2 + (Y_3 - U_y)^2 + (Z_3 - U_z)^2 &= D_3 - cB \\ (X_4 - U_x)^2 + (Y_4 - U_y)^2 + (Z_4 - U_z)^2 &= D_4 - cB \end{aligned} \quad (2)$$

ou les inconnues sont :

- la position de l'utilisateur U<sub>x</sub> U<sub>y</sub> et U<sub>z</sub>, c'est-à-dire la latitude, la longitude et l'altitude ;
- le biais B de l'horloge locale. On multiplie B par la vitesse de la lumière

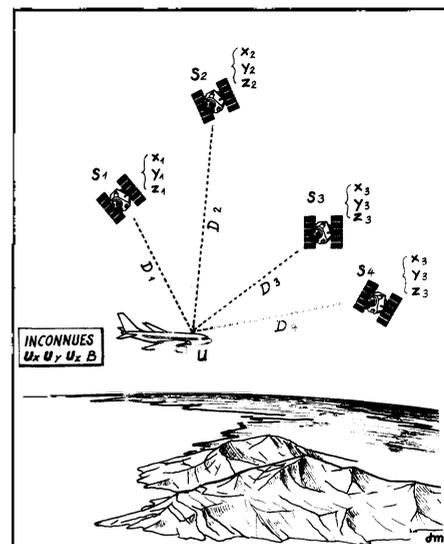


Fig. 10 : Le calcul du point par un récepteur GPS nécessite la poursuite de 4 satellites.

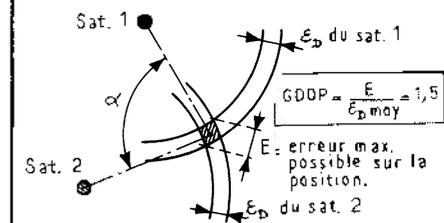
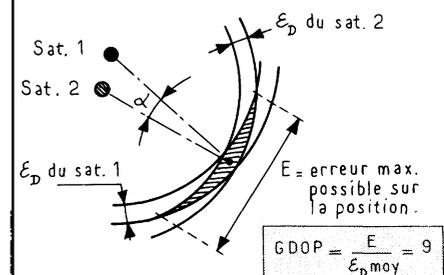


Fig. 11 : Influence de la géométrie sur la précision et notion de GDOP.

La meilleure précision est obtenue pour un angle α proche de 90°.

Cette illustration n'est destinée qu'à donner une notion de ce que représente le GDOP.

Le véritable GDOP concerne les 3 dimensions + le temps. Ici, on devrait plutôt parler de HDOP.

c afin de rendre cette variable temporelle homogène avec les 3 autres.

### Précision

La précision que l'on peut s'attendre à obtenir sur un positionnement par observation de corps célestes naturels ou artificiels dépend de 3 facteurs indépendants, soit :

1. De la précision avec laquelle on connaît la position de ces corps.

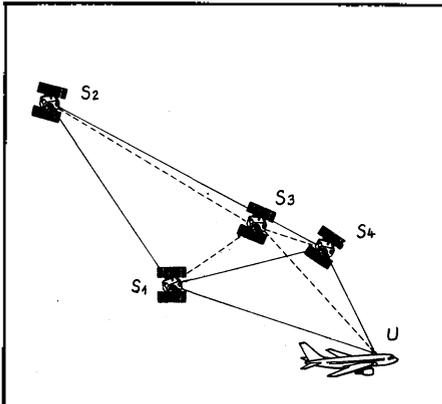
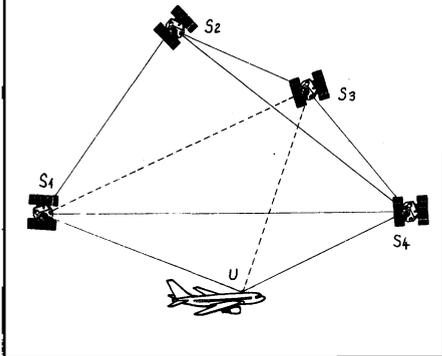


Fig. 12: Géométrie à GDOP élevé. La précision du point est médiocre.

Fig. 13: Géométrie à faible GDOP. La précision du point est bonne. Le volume de l'hexaèdre formé par U, S<sub>1</sub>, S<sub>2</sub>, S<sub>3</sub>, S<sub>4</sub> est plus grand que dans le cas précédent.



Dans le cas du GPS il s'agit du UERE (User Equivalent Range Error), une donnée calculée à partir du message de navigation de chaque satellite.  
 2. Des angles d'observation (voir fig. 11). C'est le facteur géométrique dont découle la notion de GDOP.  
 3. Des erreurs de mesures.

### GDOP

GDOP signifie: Geometric Dilution Of Precision, ce qui peut se traduire par: diminution de la précision d'origine géométrique.

C'est un nombre sans dimension qui dépend uniquement des situations relatives des satellites et de l'utilisateur et qui permet d'évaluer pour un instant donné l'erreur imputable à la géométrie du système.

$$GDOP = \sqrt{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z + c^2 \sigma_t}$$

où  $\sigma_x$  est la covariance de la position selon l'axe x  
 $\sigma_y$  est la covariance de la position selon l'axe y  
 $\sigma_z$  est la covariance de la position selon l'axe z  
 $\sigma_t$  est la covariance du temps de l'utilisateur

En fait, le GDOP doit être considéré comme un facteur d'aggravation de l'erreur probable sur la pseudodistance,  $\epsilon_D$  dont la contribution système est incluse dans le message (URA).

D'une manière plus pratique, on peut considérer que le GDOP est proportionnel à l'inverse du volume de l'hexaèdre formé par l'utilisateur et les 4 satellites. Ainsi l'hexaèdre de la fig. 13 qui a un volume supérieur à celui de la fig. 12 présente un GDOP inférieur.

### Calcul

Le GDOP ou sa version restreinte aux 3 dimensions x, y, z: le PDOP, est généralement calculé par le récepteur GPS.

Il faut que GDOP soit le plus faible possible. Des valeurs de 2 à 3 sont excellentes. On admet que le GDOP est bon lorsque sa valeur n'excède pas 6 et qu'il est inacceptable au-delà de 10. Mais tout dépend du niveau de précision souhaité.

Lorsque la constellation GPS complète sera en service et que d'un lieu donné on pourra voir simultanément jusqu'à 8 satellites, le GDOP ou le PDOP calculé servira de critère de choix des 4 « meilleurs » satellites. Les meilleurs satellites étant ceux dont les positions relatives conduisent au plus faible GDOP possible.

D. MUNIER  
 CEPE

## Annexe technique

### Séquences pseudo-aléatoires

L'étude des séquences pseudo-aléatoires et des générateurs susceptibles de les produire a fait l'objet de très nombreuses recherches.

HOLMES [12] suppose que les premiers travaux dans ce domaine sont dus à Gilbert qui publia en 1953 un memorandum à la Bell Teleph. Lab. Depuis, de nombreux autres chercheurs s'y consacrèrent et les travaux récents les plus marquants sont probablement ceux de Gold [13] [14].

Les séquences pseudo-aléatoires ont reçu un nombre étonnant d'applications particulièrement dans les systèmes de télécommunication à spectre étalé ou plus généralement dans les instruments utilisant des bruits blancs.

#### Générateurs de SPA

Les séquences pseudo-aléatoires, ou SPA, sont générées par des registres à décalage rebouclés sur eux même par une réaction convenable.

Ce sont les RDRL ou Registres à Décalage à Réaction Linéaire.

La figure 1 montre un exemple de RDRL à 4 étages.

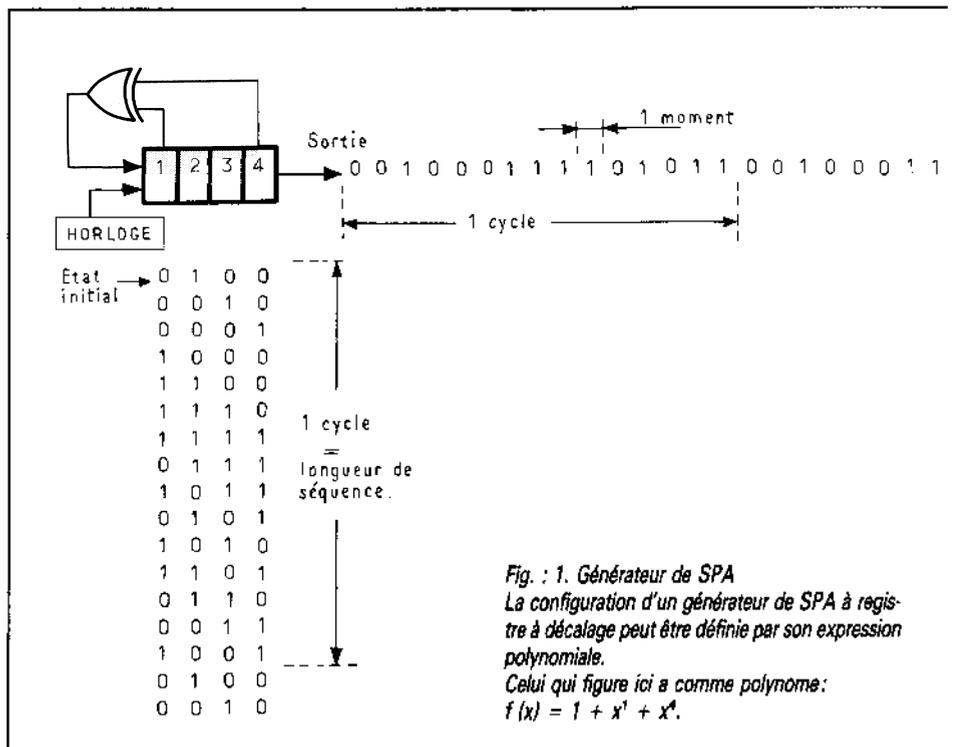


Fig. 1. Générateur de SPA  
 La configuration d'un générateur de SPA à registre à décalage peut être définie par son expression polynomiale.  
 Celui qui figure ici a comme polynôme:  
 $f(x) = 1 + x^1 + x^4$ .

Généralement la sortie d'un RDRL se fait sur le dernier étage mais on trouve, à la phase près, la même séquence sur n'importe quel autre étage.

Les moments se succèdent à la cadence des impulsions d'horloge. La valeur de chaque moment se présentant en sortie semble suivre une loi aléatoire.

En réalité ces séquences sont parfaitement déterministes et plusieurs générateurs à registres ayant la même configuration, c'est-à-dire le même nombre d'étages et les mêmes prises de réaction produiront tous des SPA strictement identiques.

On remarque qu'au bout de 15 moments la séquence de la fig. 2 se reproduit identiquement à elle-même et ce indéfiniment.

On dit que cette séquence a une longueur de 15 moments ou que son cycle est de 15 moments, ou encore qu'il s'agit d'une séquence à 15 moments.

Dans la littérature américaine où de telles séquences sont dénommées: Pseudo noise séquences (PN) ou Pseudo Random Number (PRN) ou encore PRN code, le mot: chip a le même sens que moment.

On notera que les RDRL peuvent avoir un nombre quelconque d'étages et que la réaction peut faire intervenir un nombre élevé de prises. De même on peut faire varier l'état initial.

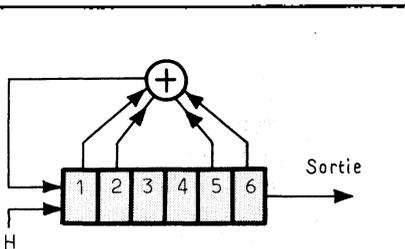
La figure 2 montre un RDRL à 6 étages et 4 prises de réaction.

Propriétés des RDRL

1. La longueur maximale de la séquence que peut produire un RDRL est  $N = 2^m - 1$  (où m est le nombre d'étage du registre).

2. Un RDRL ne peut générer une séquence de longueur maximale que si le nombre de prises participant a la réaction est pair.

Notez que la réciproque n'est pas vraie.



L'opérateur  $\oplus$  effectue la somme modulo 2 de toutes les prises. En pratique elle est réalisée avec des OU exclusifs selon le schéma suivant.

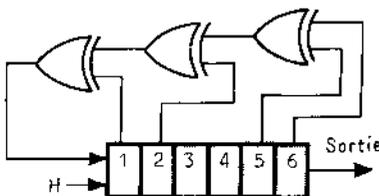


Fig. 2: le polynôme de ce générateur est:  $f(x) = 1 + x^1 + x^2 + x^3 + x^4$

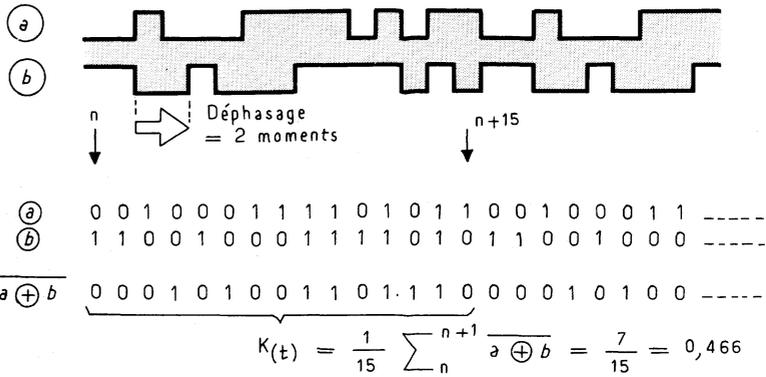


Fig. 3: Autocorrélation: Ces deux séquences pseudo aléatoires sont identiques mais déphasées de 2 moments. Si elles n'étaient pas déphasées leur corrélation serait égale à 1.

(a)	1	1	1	1	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	
(b)	1	1	1	1	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	0	0	0	1
a ⊕ b	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0

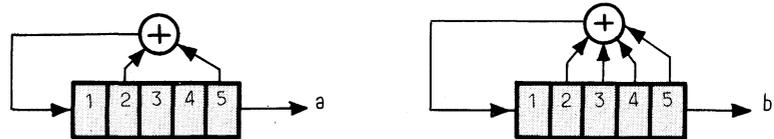


Fig. 4: Corrélation croisée. Ces deux SPA (a et b) sont issues de 2 générateurs différents, leur corrélation donne:

$$\frac{1}{31} \sum_n^{n+30} a \oplus b = 0,613.$$

Comme ces deux SPA sont différentes, leur corrélation n'atteindra jamais 1, quel que soit leur déphasage.

Un RDRL dont le nombre de prises est pair ne génère pas nécessairement une séquence de longueur maximale.

Exemple: registre à 4 étage, polynôme:  $f(x) = 1 + x^2 + x^3$ .

Propriétés des SPA de longueur maximale (ou SPALM)

- Dans une séquence de longueur maximale: le nombre de 1 est égal à:  $2^{m-1}$ , le nombre de 0 est égal à:  $2^{m-1} - 1$ .
- Dans une SPALM la probabilité d'apparition de p bits successifs identiques et de l'ordre de 1/p.
- Si on additionne moment à moment une SPALM avec la même séquence déphasée d'un nombre quelconque de moments différent de zéro modulo m, on obtient une séquence identique à l'originale mais avec une autre phase.

Corrélation

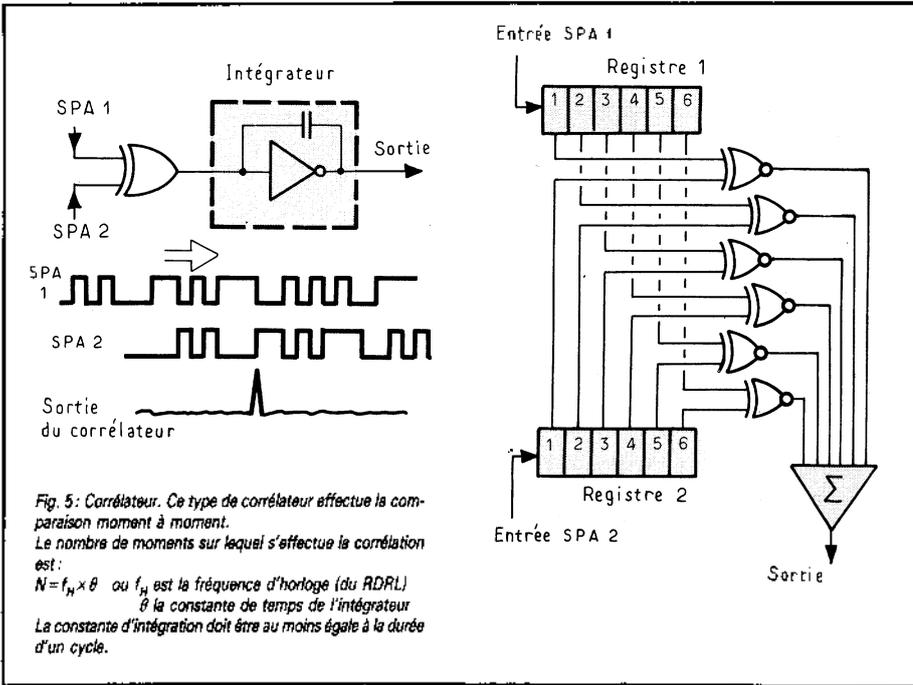
Deux RDRL identiques synchronisés par une horloge à la même fréquence produisent la même séquence.

Cependant, si ces deux séquences sont déphasées et qu'on les juxtapose moment à moment cette identité passe totalement inaperçue.

Pour découvrir cette identité il faut les décaler lentement dans le temps, l'une par rapport à l'autre, et disposer d'un moyen électronique susceptible de déceler l'instant où tous les moments successifs d'une séquence sont simultanément identiques à ceux de l'autre.

Cette opération se nomme la corrélation. Mathématiquement et d'une manière très générale, la corrélation s'exprime par:

$$K(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(u) \cdot g(u-t) du$$



Dans le cas qui nous concerne, où les fonctions à corréler, a et b sont des SPALM de périodicité à N moments et dont la variable ne peut avoir que deux valeurs discrètes, généralement 0 et + 1, on peut utiliser l'expression :

$$K(t) = \frac{1}{N} \sum_n^{n+N-1} \frac{a \oplus b}{a \oplus b}$$

qui est aisément réalisable électroniquement (fonction ou exclusif complémenté).

### Corrélateur

Un corrélateur est un comparateur associé à un dispositif de mémorisation.

La figure 5 donne un exemple de corrélateur simple comparant le défilement de deux SPA (ici identiques). Ici le rôle de mémorisation est confié à l'intégrateur.

Ce type de corrélateur effectue la comparaison moment à moment.

Le nombre de moments sur lequel s'effectue la corrélation est :

$$N = f_h \times \theta \text{ ou } f_h \text{ est la fréquence d'horloge (du RDRL)}$$

$\theta$  la constante de temps de l'intégrateur.

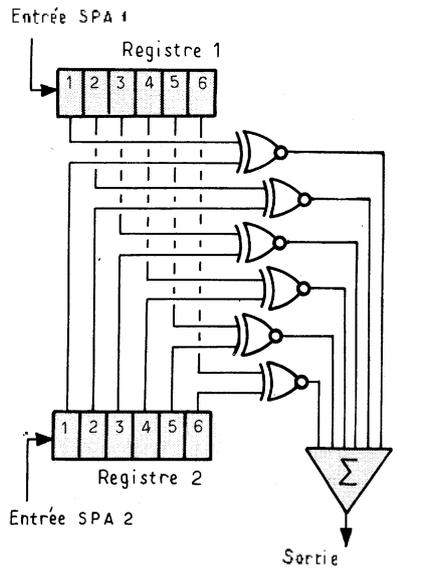
La constante d'intégration doit être au moins égale à la durée d'un cycle.

La figure 6 présente un autre type de corrélateur où la fonction de mémorisation est effectuée par stockage des chips de la SPA dans un registre à décalage.

### SPA préférentielles

Les caractéristiques de corrélation des SPA sont particulièrement importantes dans les systèmes de télécommunication à spectre étalé.

Elles confèrent au signal les qualités nécessaires à une bonne transmission.



En effet, dans les systèmes modernes à spectre étalé, c'est uniquement sur les qualités d'autocorrélation et de corrélation croisée des SPA utilisées que reposent les possibilités d'accès multiple c'est-à-dire les aptitudes du système à transmettre simultanément sur autant de porteuses à la même fréquence le plus grand nombre possible de signaux différents sans aucune interférence.

Toutes les SPA ne conviennent pas, certaines ont une autocorrélation qui présentent des lobes latéraux gênants, d'autres n'ont pas des qualités de corrélation croisée suffisantes.

Des tableaux représentant des configurations de RDRL produisant des SPA préférentielles ont été publiés dans la littérature spécialisée.

Le lecteur intéressé se reportera aux réf. : [12] [15] [16]

La fig. 7 donne des indications très sommaires sur ces configurations.

m	Numéros des prises
2	[1,2]
3	[1,3]
4	[1,4]
5	[2,5] [2,3,4,5] [1,2,4,5]
6	[1,6] [1,2,5,6] [2,3,5,6]
7	[3,7] [1,2,3,7] [1,2,4,5,6,7] [1,7] [2,3,4,7] [1,2,3,4,5,7] [2,4,6,7] [1,3,6,7] [2,5,6,7]
8	[2,3,4,8] [3,5,6,8] [1,3,5,8] [2,5,6,8] [1,6,7,8] [1,5,6,8]

Fig. 7. Tableau des configurations permettant de construire directement des registres de m étages produisant des SPA de longueur maximale (tiré de Holmes [12]).

### Polynômes Réciproques

Si, dans le tableau de la fig. 7 on choisit une configuration, par exemple la troisième configuration des registres à 6 étages, soit 2, 3, 5, 6.

On peut écrire le polynôme correspondant :  
 $f(x) = 1 + x^2 + x^3 + x^5 + x^6$ .

Inversons le signe des exposants et multiplions le tout par  $x^6$ .

soit dans ce cas par  $x^6$ . On obtient :

$$(1 + x^{-2} + x^{-3} + x^{-5} + x^{-6}) x^6 = 1 + x^4 + x^3 + x^1 + x^6$$

Ce nouveau polynôme, nommé polynôme réciproque du précédent conduit à la réalisation d'un RDRL qui produit aussi une SPA de longueur maximale. On remarque qu'il ne figure pas dans le tableau.

Le calcul du polynôme réciproque de chaque configuration du tableau permet d'en doubler le nombre (à l'exception du premier).

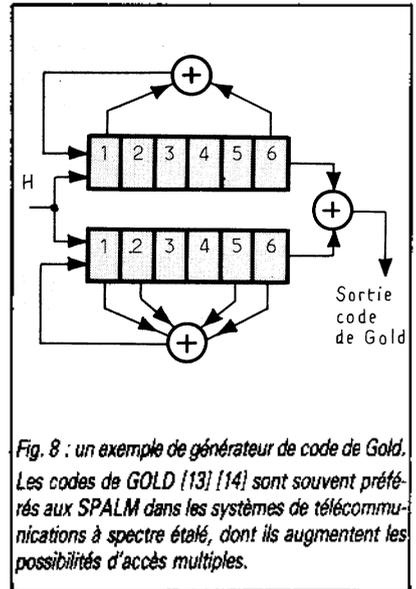


Fig. 8 : un exemple de générateur de code de Gold. Les codes de GOLD [13] [14] sont souvent préférés aux SPALM dans les systèmes de télécommunications à spectre étalé, dont ils augmentent les possibilités d'accès multiples.

### Codes de GOLD

Les caractéristiques de corrélation des SPA peuvent être améliorées en les combinant entre elles.

Si l'on additionne modulo 2 (ou exclusif) deux SPALM moment à moment on obtient une nouvelle SPA ayant des propriétés différentes : c'est un code de GOLD.